3. Mathematik-Schularbeit für die 5. Klasse Autor: Gottfried Gurtner

Arbeitszeit: 75 Minuten

Lernstoff:

Mathematische Grundkompetenzen:

AG2.1 Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können

AG2.2 Lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können

AG2.3 Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

AG4.1 Definitionen von sin, cos, tan im rechtwinkeligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkeliger Dreiecke einsetzen können

AG4.2 Definitionen von sin, cos für Winkel größer als 90° kennen und einsetzen können

Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften:

FA1.4 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können

FA1.5 Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können: Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), Schnittpunkte mit den Achsen

FA1.6 Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und im Kontext interpretieren können

Lineare Funktion [$f(x) = k \cdot x + d$] :

FA2.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können

FA2.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter k und d ermitteln und im Kontext deuten können

FA2.3 Die Wirkung der Parameter k und d kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können

FA2.4 Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten können:

$f(x+1) = f(x) + k$; $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k$

FA2.5 Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten können

FA2.6 Direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ $f(x) = k \cdot x$ beschreiben können

Potenzfunktion mit $f(x) = a \cdot x^z + b$ (mit $z = 2$)

FA3.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Potenzfunktionen Werte(paare) sowie die Parameter a und b ermitteln und im Kontext deuten können

FA3.3 Die Wirkung der Parameter a und b kennen und die Parameter im Kontext deuten können

FA3.4 Indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ $f(x) = \frac{a}{x}$ beschreiben können

weitere Kompetenzen laut Lehrplan:

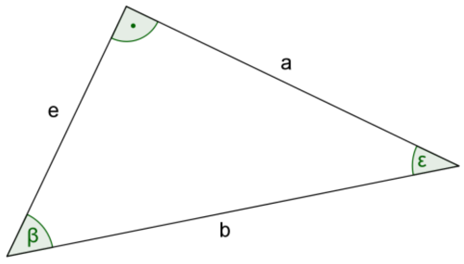
Satz von Vieta anwenden können

Skizzen zu räumlichen Vermessungsaufgaben erstellen können

I) Mathematische Grundkompetenzen

1) Entscheide für jede der folgenden Aussagen, ob sie für das dargestellte Dreieck zutrifft oder nicht!

/ 2 P



Aussage	trifft zu	trifft nicht zu
$\cos\beta = \frac{e}{b}$	□	□
$\sin\varepsilon = \frac{e}{a}$	□	□
$\tan\beta = \frac{a}{b}$	□	□

2) Die Abbildung zeigt ein Verkehrsschild mit dem Gefahrenhinweis „15 % Steigung“. Welche der folgenden Aussagen treffen für einen Straßenabschnitt mit dieser Steigung zu?
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

/ 2 P

□ Wenn man auf der Straße 100 m fährt, hat man genau 15 Höhenmeter überwunden.

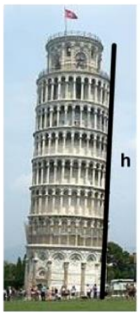
□ Pro 15 m waagrechter Entfernung überwindet man eine Höhendifferenz von 1 m.

□ Pro 100 m waagrechter Entfernung überwindet man eine Höhendifferenz von 15 m.

□ Der Steigungswinkel der Straße beträgt 15°.

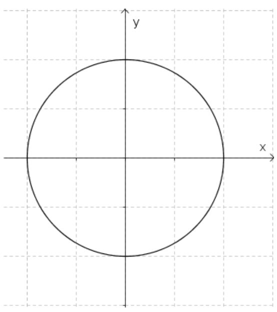
□ Der Steigungswinkel der Straße beträgt ca. 8,5°.

3) Der schiefe Turm von Pisa ist 56 m „hoch“ (Höhe h: siehe Abbildung!) und besitzt einen „seitlichen Überhang“ von 3,9 m.
Berechne den Winkel, den der Turm mit dem Erdboden einschließt!



/ 2 P

4) Gib alle Winkel $\alpha \in [0°; 360°]$ an, für die $\sin\alpha = 0{,}25$ gilt und stelle diese Winkel und den Sinuswert in der gegebenen Abbildung dar!



/ 2 P

5) Gegeben ist eine lineare Funktion *f* mit der Gleichung $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k,\ d \in \mathbb{R}$.
Für welche Werte von *k* und *d* verläuft der Graph von *f* ausschließlich im 1., 2. und 3. Quadranten des Koordinatensystems?
Ergänze die Bedingungen < 0, = 0 oder > 0 .

/ 2 P

Es muss gelten: k _____ und d _____

6) Beschreiben folgende Tabellen direkt proportionale Zusammenhänge?
Kreuze ja/nein an!

x	$f(x)$
0	1
2	2
4	3

□ ja □ nein

x	$g(x)$
2	4
6	12
10	20

□ ja □ nein

x	$h(x)$
3	9
6	6
9	3

□ ja □ nein

i) Gib für den angekreuzten direkt proportionalen Zusammenhang die Funktionsgleichung an!

/ 2 P

ii) Gib für die restlichen linearen Zusammenhänge die Funktionsgleichungen an!

/ 2 P

7) Eine Aufgabenstellung lautet: „Ermittle die Gleichung einer linearen Funktion h, deren Graph durch die Punkte $A = (0|2)$ und $B = (-4|3)$ verläuft.“
Paul(ine) hat die Aufgabe fehlerhaft gelöst. Korrigiere den (die) Fehler! / 2 P

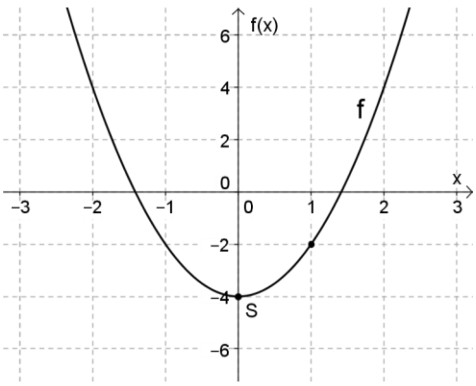
$$A = (0\,|\,2) \;\Rightarrow\; d = 2$$

$$k = \frac{-4-0}{3-2} = -4$$

$$h(x) = -4x + 2$$

8) Von einer Funktion g ist bekannt, dass $g(2) = 20$ und $g(5) = 8$ gilt.
Kann g einen indirekt proportionalen Zusammenhang beschreiben?
Falls ja, dann gib die Funktionsgleichung von g an!
Falls nein, dann begründe, warum dies nicht möglich ist! / 2 P

9) Gegeben ist der Graph einer Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^2 + c$.
S ist der Scheitelpunkt von f.
Bestimme die Parameter a und c.



/ 2 P

$a =$ ______

$c =$ ______

10) Welche der folgenden Aussagen treffen für die Funktion $g(x) = c \cdot x^2 + d$ mit $c < 0$ und $d > 0$ zu?
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! / 2 P

- □ g schneidet die y-Achse im Punkt $P = (d\,|\,0)$.
- □ g besitzt zwei Nullstellen.
- □ Je größer d ist, umso steiler verläuft der Graph von g.
- □ Je kleiner c ist, umso flacher verläuft der Graph von g.
- □ g besitzt einen Hochpunkt.

11) Berechne die Nullstellen der Funktion g mit der Gleichung $g(x) = 2x^2 + 4x - 6$. / 2 P

12) Gib an, für welche Werte des Parameters c die Gleichung $x^2 + 9x + c = 0$ keine Lösungen besitzt! / 2 P

Zwischensumme: _____ / 26 P

II) Vernetzung von Grundkompetenzen und weitere Kompetenzen laut Lehrplan

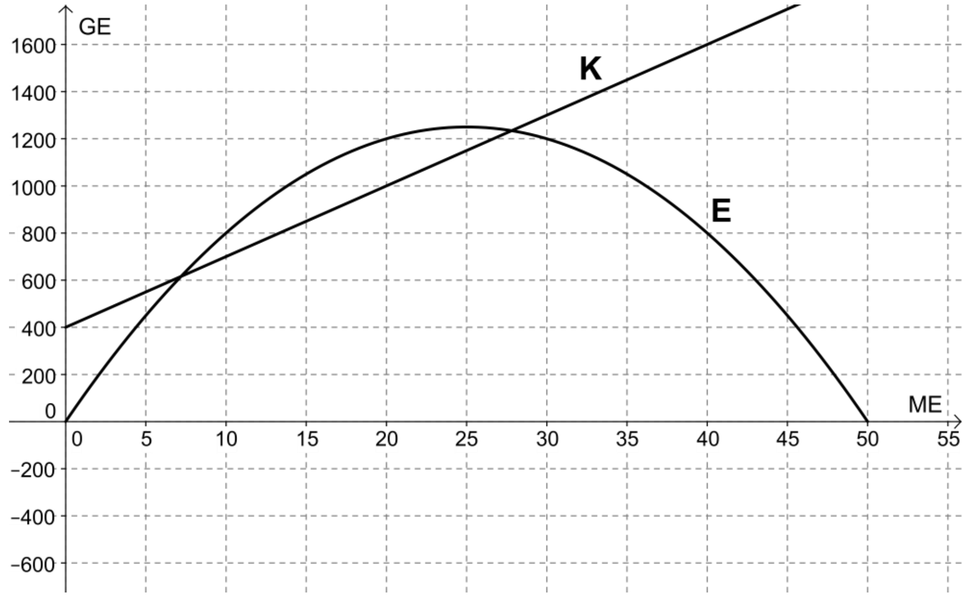
1) i) Berechne den Scheitelpunkt der Funktion p mit der Gleichung $p(x) = (x+2)(x-8)$. / 1 P

ii) Gib eine quadratische Gleichung mit den Lösungen $x_1 = -1$ und $x_2 = 10$ an! / 1 P

2) Zeige anhand eines rechtwinkligen Dreiecks allgemein, dass für spitze Winkel α immer gilt:

$\sin(\alpha) = \cos(90 - \alpha)$ / 2 P

3) Die Abbildung zeigt die Graphen einer linearen Kostenfunktion K und einer quadratischen Erlösfunktion E für die Herstellung und den Verkauf eines Produktes P.



i) Ermittle anhand der Abbildung die variablen Kosten pro ME! / 2 P

ii) Skizziere in der Abbildung den Graphen der Gewinnfunktion G und gib den Gewinnbereich an! / 2 P

iii) Gib an, wie hoch der Gewinn bzw. Verlust ist, wenn 20 ME produziert und verkauft werden! / 2 P

Gib an, wie hoch der Verkaufspreis pro ME bei 20 ME ist!

iv) Die Fixkosten steigen. Beschreibe, wie sich diese Änderung auf die Graphen von K und G auswirkt! / 2 P

v) Nach Umstellungen bei der Produktion können die Produktionskosten für x ME durch die Funktion K mit $K(x) = 2x^2 + 10x + 300$ beschrieben werden. Das Produkt wird nun zu einem Preis von 70 GE/ME verkauft. Der Betrieb strebt einen Gewinn von mindestens 200 GE an.
Ist das Ziel erreichbar?
Begründe deine Antwort mithilfe von Berechnungen! / 2 P

Erreichte Punkte: ____ / 40 P Note: ________________________________

40-36 P: Sehr gut; 35-31 P: Gut; 30-25 P: Befriedigend; 24-20 P: Genügend; 19-0 P: Nicht genügend