

Arbeitszeit: 100 Minuten

Lernstoff:

Mathematische Grundkompetenzen

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme:

AG2.3 Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

AG2.5 Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

Vektoren:

AG3.1 Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten können

AG3.2 Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen können

AG3.3 Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten können

AG3.4 Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in \mathbb{R}^2 angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln können

AG3.5 Normalvektoren in \mathbb{R}^2 aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren können

Trigonometrie:

AG4.1 Definitionen von sin, cos, tan im rechtwinkligen Dreieck kennen und zur Auflösung rechtwinkliger Dreiecke einsetzen können

AG4.2 Definitionen von sin, cos für Winkel größer als 90° kennen und einsetzen können

Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften:

FA1.4, FA1.6

Lineare Funktion [$f(x) = k \cdot x + d$]:

FA2.1 – FA2.6

Potenzfunktion mit $f(x) = a \cdot x^z + b, (z = 2)$:

FA3.1 – FA3.4

Weitere Kompetenzen laut Lehrplan

Sinus- und Cosinussatz herleiten und zur Auflösung von allgemeinen Dreiecken einsetzen können. Trigonometrische Flächenformel herleiten und für Flächenberechnungen in allgemeinen Vierecken einsetzen können.

I) Mathematische Grundkompetenzen

- 1) Überprüfe rechnerisch, ob die Punkte $A = (-3|1)$, $B = (7|6)$, $C = (22|14)$ auf einer Geraden liegen! / 2 P

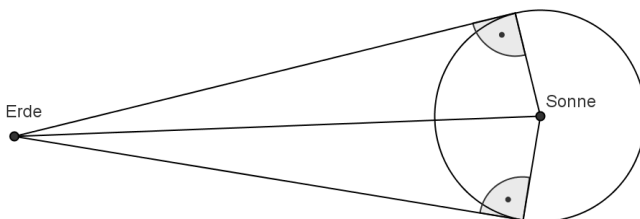
- 2) Ordne jeder Lösungsmenge L die entsprechende quadratische Gleichung zu! / 2 P

Gleichung	
$(x + 4)^2 = 0$	A
$(x - 4)^2 = 25$	B
$x(x - 4) = 0$	C
$-x^2 = 16$	D
$x^2 - 16 = 0$	E
$x^2 - 8x + 16 = 0$	F

	Lösungsmenge
	$L = \{ \}$
	$L = \{-4; 4\}$
	$L = \{0; 4\}$
	$L = \{4\}$

- 3) In Salzburg führt eine Standseilbahn auf die Festung Hohensalzburg.
Bei einer Weglänge von 198,5 m überwindet diese einen Höhenunterschied von 102 m.
Berechne die durchschnittliche Steigung der Standseilbahn in Prozent! / 2 P

- 4) Die Sonne erscheint von der Erde aus unter einem Sehwinkel von $\alpha \approx 0,52^\circ$. Die Entfernung der Erde vom Mittelpunkte der Sonne beträgt ca. $150 \cdot 10^6$ km.
Berechne den Durchmesser der Sonne! / 2 P



- 5) Löse das Gleichungssystem $8a - 3b = 10$; $b = 2a - 1$! / 2 P

- 6) Ein Betrieb produziert und verkauft die Produkte P_1, \dots, P_5 . Letzte Woche wurden x_i Stück des Produktes P_i produziert und y_i Stück davon verkauft. Das Produkt P_i wird zu einem Stückpreis v_i verkauft und k_i sind die Herstellungskosten pro Stück P_i .

Die Vektoren X, Y, V, K sind folgendermaßen festgelegt: $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix}$, $V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{pmatrix}$, $K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \end{pmatrix}$

- i) Interpretiere, welche Bedeutung der Ausdruck $Y \cdot V$ für den Betrieb besitzt! / 2 P
- ii) Gib mit Hilfe der gegebenen Vektoren einen Term an, der für diesen Betrieb den Gewinn der letzten Woche beschreibt!

- 7) Es sind drei Gleichungssysteme gegeben, jede Gleichung beschreibt eine Gerade:

$a: 3x - y = 2$

$c: 4x - 18y = 9$

$e: -2x + 3y = 2$

$b: 9x - 3y = 6$

$d: -2x + 9y = 3$

$f: -4x - 6y = -4$

Gib jeweils an, welches Gleichungssystem die angegebene Lagebeziehung beschreibt! / 2 P

schneidend: _____ identisch: _____ parallel: _____

- 8) Gegeben ist folgendes Gleichungssystem mit den Unbekannten a und b : $5a - 4b = 9$
 $c \cdot a + 8b = d$

Bestimme die Werte der Parameter c und d (alle Fälle!) so, dass das Gleichungssystem keine Lösung besitzt: _____ / 1 P

- 9) Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$.
 Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! / 2 P

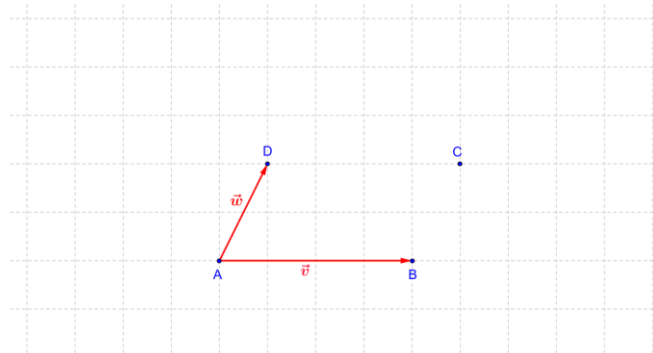
- Der Vektor $3 \cdot \vec{a}$ ist dreimal so lang wie der Vektor \vec{a} .
- Das Produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ergibt einen Vektor.
- Die Vektoren \vec{a} und $-0,5 \cdot \vec{a}$ besitzen unterschiedliche Richtungen.
- Die Vektoren \vec{a} und $-2 \cdot \vec{a}$ sind parallel.
- Wenn \vec{a} und \vec{b} einen rechten Winkel einschließen, so ist deren Skalarprodukt größer als Null.

- 10) Gegeben sind vier Punkte A, B, C, D sowie zwei Vektoren \vec{v} und \vec{w} , dargestellt als Pfeile.

- i) Bestimme anhand der Abbildung die Komponenten der Vektoren \vec{v} und \vec{w} ! (Die Seitenlänge eines Kästchens beträgt 1 Einheit.) / 2 P

$\vec{v} =$ _____ $\vec{w} =$ _____

- ii) Ermittle geometrisch einen Pfeil mit Ausgangspunkt C, der den Vektor $\frac{1}{2} \cdot \vec{v} - \vec{w}$ darstellt!



11) Vom Parallelogramm ABCD kennt man die Eckpunkte $A = (-2|-1)$, $B = (5|3)$ und $D = (1|4)$.

i) Berechne die Koordinaten des Eckpunktes C!

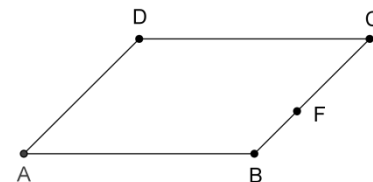
/ 2 P

ii) Berechne die Länge der Seite AD!

12) Im dargestellten Parallelogramm ABCD teilt der Punkt F die Seite BC im Verhältnis 1:2.

Drücke den Vektor \overrightarrow{FD} durch die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ aus!

$$\overrightarrow{FD} = \underline{\hspace{2cm}}$$



/ 1 P

13) Welche der gegebenen Vektoren schließen einen rechten Winkel ein?

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{e} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Kreuze die zutreffenden Paare an und begründe deine Auswahl!

/ 2 P

- \vec{a} und \vec{b}
- \vec{a} und \vec{c}
- \vec{a} und \vec{d}
- \vec{a} und \vec{e}
- \vec{d} und \vec{e}

14) Gib zwei Parameterdarstellungen der Gerade $f: y = 5 - 4x$ an!

/ 2 P

15) Überprüfe rechnerisch, ob der Punkt $P = (6|-2)$ auf der Gerade $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ liegt!

/ 1 P

Zwischensumme: _____ / 27 P

II) Vernetzung von Grundkompetenzen und weiter Kompetenzen laut Lehrplan

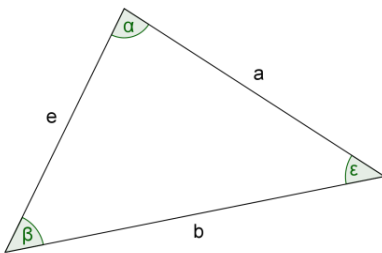
1) a) Kreuze alle zutreffenden Aussagen an!

/ 2 P

- Es gibt Winkel α mit $\sin \alpha < -1$.
- $0 \leq \cos \alpha \leq 1$ für alle $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$.
- Für alle Winkel α gilt: $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$.
- Es gibt Winkel α mit $\tan \alpha > 1$.
- Für alle $\alpha \in (180^\circ; 270^\circ)$ besitzen $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ dasselbe Vorzeichen.

b) Leite für das abgebildete Dreieck eine Variante des Sinussatzes her!

/ 2 P

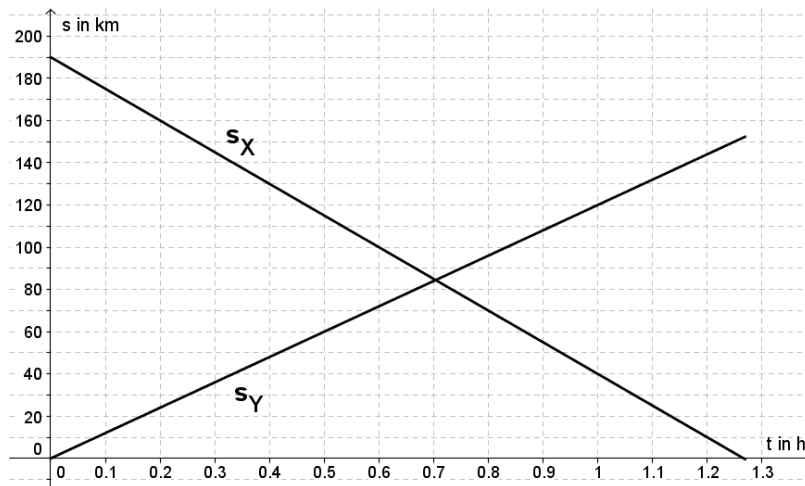


2) Aufgrund eines Hindernisses kann die Entfernung zweier in einem ebenen Gelände liegenden Punkte P und Q nicht direkt gemessen werden. Von einem Punkt auf einer Anhöhe 90 m über dem Gelände wird zum Punkt P der Tiefenwinkel $\gamma = 18^\circ$ und nach einer Drehung um den Horizontalwinkel $\alpha = 75^\circ$ zum Punkt Q der Tiefenwinkel $\delta = 24^\circ$ gemessen.

Stelle die Aufgabenstellung in einer Skizze dar und berechne die Entfernung \overline{PQ} !

/ 4 P

- 3) Die folgende Abbildung zeigt die Entfernung s (in km) zweier Züge X und Y vom Bahnhof B in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden). Beide Züge fahren um 08:30 Uhr weg.



- i) Gib an, mit welcher Geschwindigkeit der Zug Y fährt! / 1 P
- ii) Gib die Funktionsgleichung für die Entfernung s_X des Zuges X vom Bahnhof B nach t Stunden an! / 1 P
- iii) Ermittle, um welche Uhrzeit die Züge X und Y einander begegnen! / 1 P
- iv) Bestimme die Entfernung der beiden Züge um 09:00 Uhr! / 1 P
- v) Ergänze in obiger Abbildung den Graphen der Funktion s_Z , die die Entfernung eines Zuges Z vom Bahnhof B nach t Stunden beschreibt, wenn Z um 08:45 Uhr vom selben Bahnhof wie X wegfährt und mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit von 190 km/h fährt. / 1 P

Erreichte Punkte: ____ / 40 P

Note: _____