

Arbeitszeit: 50 Minuten

Lernstoff:

**Mathematische Grundkompetenzen:**

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme:

AG2.1 Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können

AG2.3 Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften:

FA1.1 Für gegebene Zusammenhänge entscheiden können, ob man sie als Funktionen betrachten kann

FA1.4 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können

FA1.5 Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können: Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), ~~Wendepunkte, Periodizität~~, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen

FA1.6 Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und im Kontext interpretieren können

Lineare Funktion [  $f(x) = k \cdot x + d$  ]:

FA2.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können

FA2.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen linearer Funktionen Werte(paare) sowie die Parameter  $k$  und  $d$  ermitteln und im Kontext deuten können

FA2.3 Die Wirkung der Parameter  $k$  und  $d$  kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können

FA2.4 Charakteristische Eigenschaften kennen und im Kontext deuten können:

$$f(x+1) = f(x) + k; \quad \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = k$$

FA2.5 Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktion bewerten können

FA2.6 Direkte Proportionalität als lineare Funktion vom Typ  $f(x) = k \cdot x$  beschreiben können

Potenzfunktion mit  $f(x) = a \cdot x^z + b$ ,  $z \in \mathbb{Z}$  oder mit  $f(x) = a \cdot x^{\frac{1}{2}} + b$ :

FA3.1 Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch eine Gleichung (Formel) gegebene Zusammenhänge dieser Art als entsprechende Potenzfunktionen erkennen bzw. betrachten können; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können

FA3.2 Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Potenzfunktionen Werte(paare) sowie die Parameter  $a$  und  $b$  ermitteln und im Kontext deuten können

FA3.3 Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  kennen und die Parameter im Kontext deuten können

FA3.4 Indirekte Proportionalität als Potenzfunktion vom Typ  $f(x) = \frac{a}{x}$  (bzw.  $f(x) = a \cdot x^{-1}$ ) beschreiben können

### **Weitere Kompetenzen laut Lehrplan:**

Die Definition des Logarithmus kennen und anwenden können.

Die Rechenregeln für Logarithmen kennen und für einfache Terme anwenden können.

Punktsymmetrie von Funktionsgraphen anhand von Funktionsgleichungen erkennen.

Den Begriff der Umkehrfunktion kennen und anwenden können.

Bildungsgesetze für Folgen ermitteln und damit arbeiten können.

Die Begriffe arithmetische und geometrische Folge erklären und mit diesen Folgen arbeiten können.

Die Begriffe arithmetische und geometrische Reihe kennen und einsetzen können.

Zinseszinsrechnung in Anwendungssituationen einsetzen können.

Aufzinsen und Abzinsen von Geldbeträgen zum Vergleich von Zahlungsangeboten einsetzen können.

Rentenrechnung in Anwendungssituationen einsetzen können.

## I) Mathematische Grundkompetenzen

- 1) Welche der angeführten Terme sind äquivalent zum Term  $x^{\frac{5}{3}}$  (mit  $x \neq 0$ )?  
Kreuze die beiden zutreffenden Terme an! / 2 P

$\frac{1}{\frac{3}{x^5}}$      
   $\sqrt[3]{x^5}$      
   $x^{\frac{3}{5}}$      
   $\sqrt[5]{x^3}$      
   $x \cdot \sqrt[3]{x^2}$

- 2) Gegeben ist der Term  $(a^4 \cdot b^{-5} \cdot c)^{-3}$ .  
Welche(r) der folgenden Terme ist/sind zum gegebenen Term äquivalent?  
Kreuze den (die) zutreffenden Term(e) an! / 2 P

$a^{-1} \cdot b^{-8} \cdot c^{-3}$   
  $\frac{b^{15}}{a^{12} \cdot c^3}$   
  $\frac{a^{12} \cdot c^3}{b^{15}}$   
  $\left(\frac{a^4 \cdot c}{b^5}\right)^{-3}$   
  $a^{-12} \cdot b^{15} \cdot c^{-3}$

- 3) Vereinfache und schreibe das Ergebnis als Term mit einem Wurzelausdruck an! / 2 P  
 $\sqrt[3]{a^2} : \sqrt[4]{a} =$

- 4) Berechne und begründe das Ergebnis! / 2 P  
 ${}_{100}\log 10000 = \underline{\hspace{2cm}}$ , da  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .       ${}_2\log \frac{1}{16} = \underline{\hspace{2cm}}$ , da  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- 5) Gegeben sind fünf Funktionsgleichungen.  
i) Welche dieser Funktionen besitzen Graphen, die symmetrisch zum Koordinatenursprung sind?  
Kreuze die beiden zutreffenden Funktionsgleichungen an! / 1 P

$f_1(x) = 2x^{-2}$      
   $f_2(x) = 2x^{-1}$      
   $f_3(x) = 2x^0$      
   $f_4(x) = 2x^2$      
   $f_5(x) = 2x^3$

- ii) Gib jene dieser fünf Funktionen an, deren Funktionsgraphen zwei Asymptoten besitzen! / 1 P

- 6) Gegeben ist eine Potenzfunktion der Form  $f(x) = a \cdot x^n + b$  mit  $a \neq 0$ ,  $b \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .  
Vervollständige den Satz durch Ankreuzen der richtigen Textbausteine so, dass er mathematisch korrekt ist!  
Falls  $n$  eine  $\underline{\hspace{1cm}}$  ①  $\underline{\hspace{1cm}}$  ist, ist der Graph von  $f$  sicher symmetrisch  $\underline{\hspace{1cm}}$  ②  $\underline{\hspace{1cm}}$ . / 2 P

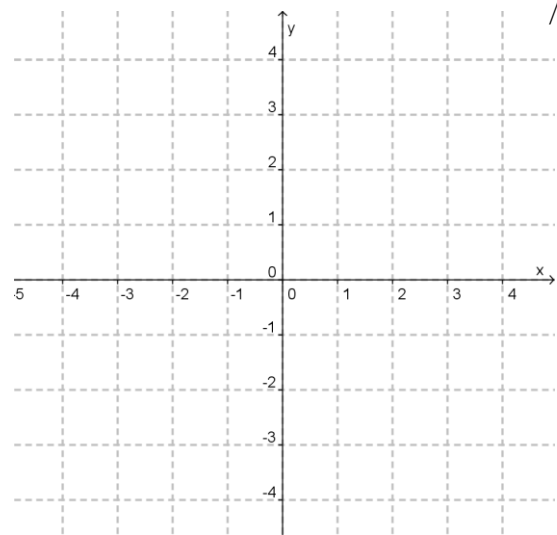
	①
<input type="checkbox"/>	gerade Zahl
<input type="checkbox"/>	ungerade Zahl
<input type="checkbox"/>	negative Zahl

	②
<input type="checkbox"/>	zur $x$ -Achse
<input type="checkbox"/>	zur $y$ -Achse
<input type="checkbox"/>	zur 1. Mediane

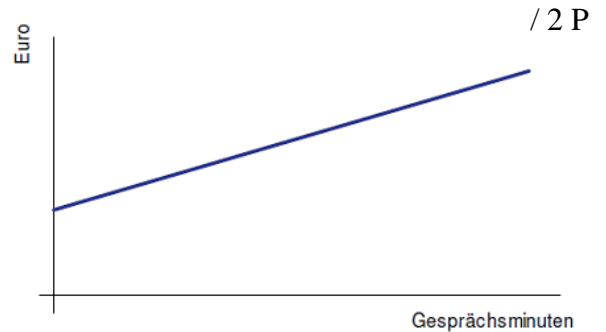
- 7) Gegeben ist eine Potenzfunktion der Form  $p(x) = x^z$  mit  $z \in \mathbb{Z}$ ,  $z < 0$ . / 2 P  
 Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!
- Der Graph von  $p$  ist eine Parabel.
  - Der Graph von  $p$  besitzt 2 Asymptoten.
  - Die Definitionsmenge von  $p$  ist  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
  - Der Graph von  $p$  verläuft durch den Punkt  $P = (1|1)$ .
  - Der Graph von  $p$  ist im gesamten Definitionsbereich monoton fallend.

- 8) Zeichne den Graphen einer linearen Funktion mit der Gleichung  $f(x) = k \cdot x + d$ , für deren Parameter  $k$  und  $d$  die nachfolgenden Bedingungen gelten, in das Koordinatensystem ein!

$$k = -\frac{2}{3} \text{ und } d > 0$$



- 9) Der monatliche Tarif für ein Handy wurde als lineare Funktion der Form  $f(x) = k \cdot x + d$  modelliert (siehe Grafik), wobei  $x$  die Anzahl der Gesprächsminuten pro Monat ist. Trage in der folgenden Tabelle ein, welche Bedeutung  $f(x)$ ,  $k$  und  $d$  in diesem Zusammenhang besitzen!



Bedeutung von $f(x)$ :	
Bedeutung von $k$ :	
Bedeutung von $d$ :	

- 10) Eine Aufgabenstellung lautet: „Ermittle die Gleichung einer linearen Funktion  $h$ , deren Graph durch die Punkte  $A = (0|2)$  und  $B = (-4|3)$  verläuft.“ Paul(ine) hat die Aufgabe fehlerhaft gelöst. Korrigiere den (die) Fehler! / 2 P

$$A(0|2) \Rightarrow d = 2$$

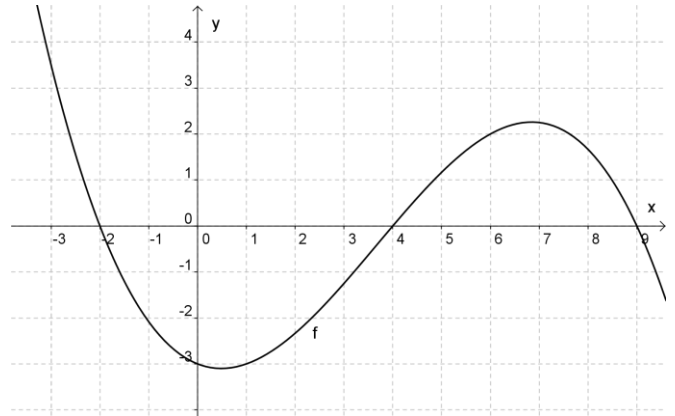
$$k = \frac{-4 - 0}{3 - 2} = -4$$

$$h(x) = -4x + 2$$

11) Gegeben ist der Graph einer Funktion  $g$ .  
 Kreuze die richtige(n) Aussage(n) an!

/ 2 P

- $g$  ist im Intervall  $[-2; 4]$  monoton fallend.
- $g(-2) = g(9)$
- $g(-1) > g(1)$
- Zu jedem  $x \in [-3; 9]$  gibt es genau ein  $g(x)$ .
- Zu jedem  $g(x) \in [-3; 0]$  gibt es genau ein  $x$ .



12) Gegeben ist eine Funktion mit der Gleichung  $f(x) = a \cdot x^z + b$ , wobei  $z \in \mathbb{Z}$  und  $a, b \in \mathbb{R}$ .  
 Welche Werte müssen die Parameter  $b$  und  $z$  annehmen, damit  $f$  eine indirekte Proportionalität beschreibt? Trage die entsprechenden Werte ein!

$b = \underline{\hspace{2cm}}$                        $z = \underline{\hspace{2cm}}$

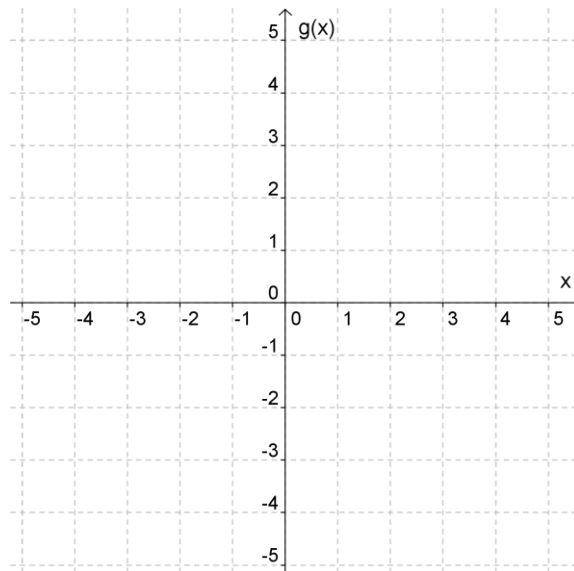
/ 1 P

13) Gegeben ist die Funktion  $g$  mit der Gleichung  $g(x) = 2 - \frac{x^2}{8}$ .

i) Berechne die Nullstellen von  $g$ !

/ 2 P

ii) Skizziere den Graphen von  $g$ !



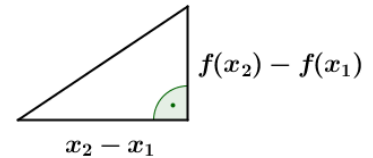
/ 1 P

Zwischensumme:          / 26 P

## II) Vernetzung von Grundkompetenzen und weitere Kompetenzen laut Lehrplan

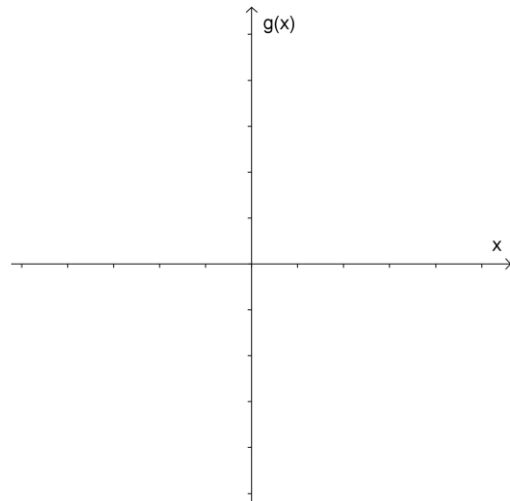
- 1) Gegeben ist die lineare Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = k \cdot x + d$ , wobei  $k \in \mathbb{R}^+$ ,  $d \in \mathbb{R}$  gilt.  
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an! / 2 P

- Jede lineare Funktion beschreibt einen direkt proportionalen Zusammenhang.
- $f(x+2) = f(x) + 2k$
- Der Graph von  $f$  verläuft durch die Punkte  $A = (0|d)$  und  $B = (1|k)$ .
- $f(1) = f(2) - k$
- Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Steigungsdreieck von  $f$ .



- 2) Gegeben ist eine quadratische Funktion mit der Gleichung  $g(x) = c \cdot x^2 + d$ , wobei  $c, d \in \mathbb{R}$  sind.  
Welche Bedingungen müssen für die Parameter  $c$  und  $d$  gelten, damit die Gleichung  $g(x) = 0$  keine reelle Lösung besitzt?

Führe alle möglichen Fälle an und  
skizziere den Verlauf der entsprechenden  
Funktionsgraphen von  $g$ !



- 3)  $a_n$  ist eine arithmetische Folge und  $b_n$  ist eine geometrische Folge. Vervollständige die Tabelle! / 2 P

$n$	1	2	3	4	6
$a_n$	0,5	1			
$b_n$	0,5	1			

- 4) i) Die Fibonacci-Folge ist folgendermaßen definiert:  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 1$ ,  $b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$  (für  $n \geq 3$ )  
Berechne das 7. Folgenglied der Fibonacci-Folge! / 1 P

$$b_7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- ii) Berechne die Summe  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 999 =$  / 1 P

- 5) Ein Sparguthaben ist im Laufe von 8 Jahren von € 1500,- auf € 1930,- angewachsen.  
Berechne den effektiven Zinssatz! / 2 P

6) Der Verkäufer eines Grundstücks bietet folgende Zahlungsmöglichkeiten an:

A: € 50 000,- in bar

B: € 10 000,- in bar, € 20 000,- in 5 Jahren und € 25 000,- in 8 Jahren.

Welches Angebot sollte der Käufer bei einem gleichbleibenden Zinsniveau von 3 % p.a. annehmen?

Begründe deine Antwort anhand von Berechnungen!

/ 2 P

7) Gegeben sind 5 Termumformungen.

Kreuze die richtige(n) Umformung(en) an!

/ 2 P

$\log(x^2 + y) = \log(x^2) + \log(y)$

$\log(x^2 \cdot y) = 2 \cdot \log(x) \cdot \log(y)$

$\log(x^2 \cdot y) = \log(x) + \log(x) + \log(y)$

$\log \frac{x^2}{y} = 2 \cdot \log \frac{x}{y}$

$\log \frac{x^2}{y} = 2 \cdot \log(x) - \log(y)$

Erreichte Punkte: \_\_\_\_ / 40 P

Note: \_\_\_\_\_