4. Mathematik-Schularbeit für die 6. Klasse Autor: Gottfried Gurtner

Arbeitszeit: 100 Minuten

Lernstoff:

Mathematische Grundkompetenzen:

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme:
AG2.5 Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können

Vektoren:
AG3.1 Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten können
AG3.2 Vektoren geometrisch (als Punkte bzw. Pfeile) deuten und verständig einsetzen können
AG3.3 Definition der Rechenoperationen mit Vektoren (Addition, Multiplikation mit einem Skalar, Skalarmultiplikation) kennen, Rechenoperationen verständig einsetzen und (auch geometrisch) deuten können
AG3.4 Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln können
AG3.5 Normalvektoren in $\mathbb{R}^2$ aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren können

Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften: FA1.5

Lineare Funktionen: FA2.1 – FA2.5

Potenzfunktionen: FA3.1, FA3.2

Exponentialfunktionen: FA5.1 – FA5.6

Änderungsmaße:
AN1.1 Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße unterscheiden und angemessen verwenden können

Beschreibende Statistik:
WS1.1 Werte aus tabellarischen und elementaren grafischen Darstellungen ablesen (bzw. zusammengesetzte Werte ermitteln) und im jeweiligen Kontext angemessen interpretieren können

Wahrscheinlichkeitsrechnung:
WS2.1 Grundraum und Ereignisse in angemessenen Situationen verbal bzw. formal angeben können
WS2.2 Relative Häufigkeit als Schätzwert von Wahrscheinlichkeit verwenden und anwenden können
WS2.3 Wahrscheinlichkeit unter der Verwendung der Laplace-Annahme (Laplace-Wahrscheinlichkeit) berechnen und interpretieren können, Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren können

Weitere Kompetenzen laut Lehrplan:

Bedingte Wahrscheinlichkeit erklären und anwenden können

Wachstumsmodelle verbal und grafisch beschreiben und qualitativ vergleichen können

Normalvektoren in $\mathbb{R}^3$ aufstellen, verständig einsetzen und interpretieren können

Ebenen durch Gleichungen angeben und Ebenengleichungen interpretieren können

Lagebeziehungen (zwischen Geraden und Ebenen und zwischen Punkt und Ebene) analysieren, Schnittpunkte und Schnittwinkel ermitteln können.

I) Mathematische Grundkompetenzen

1) Bestimme die Schnittpunkte der Gerade h: $y = 30x - 10$ mit der x-Achse und mit der y-Achse!

S_x = (___ | ___) / 2 P

S_y = (___ | ___)

2) Gegeben sind jeweils drei Funktionswerte der drei Funktionen f, g und h.

i) Kreuze jeweils an, ob es sich um eine lineare Funktion handeln kann! / 2 P

x	$f(x)$
1	2
3	5
5	8

□ ja □ nein

x	$g(x)$
1	20
2	10
4	5

□ ja □ nein

x	$h(x)$
1	7
3	4
7	-2

□ ja □ nein

ii) Ändere in jener/n Wertetabelle/n, bei der/denen du „nein" angekreuzt hast, einen Wert so, dass ein linearer Zusammenhang entsteht!

3) Welche der folgenden Aussagen treffen für die Funktion $g(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a > 0$ und $b < 0$ zu? Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! / 2 P

- □ g schneidet die y-Achse im Punkt $P = (b|0)$.
- □ g besitzt zwei Nullstellen.
- □ Je größer b ist, umso steiler verläuft der Graph von g.
- □ Je kleiner a ist, umso flacher verläuft der Graph von g.
- □ g besitzt einen Hochpunkt.

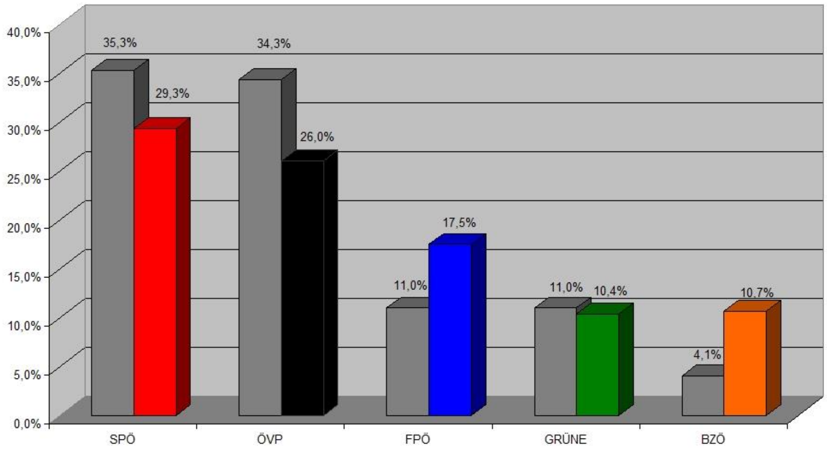
4) 1986 wurde beim Atomreaktorunfall in Tschernobyl unter anderem das radioaktive Isotop Cäsium-137 mit einer Halbwertszeit von 30 Jahren freigesetzt.
Berechne, um wie viele Prozent die ursprüngliche Strahlenbelastung durch Cäsium-137 bis zum heurigen Jahr (2013) gesunken ist! / 2 P

5) Ein Kartenspiel besteht aus 52 Karten, wobei von jeder der vier Farben (Herz, Karo, Pik, Kreuz) gleich viele Karten enthalten sind. Jemand erhält zufällig vier Karten ausgeteilt.

i) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person mindestens eine Herz-Karte erhält! / 2 P

ii) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person genau drei Herz-Karten erhält!

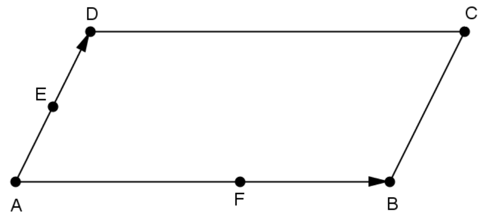
6) In der folgenden Abbildung sind die Ergebnisse der Nationalratswahl 2006 (linke Balken) und der Nationalratswahl 2008 (rechte Balken) dargestellt. Alle Prozentsätze beziehen sich auf die Anzahl der abgegebenen gültigen Stimmen, die 2006 und 2008 ungefähr gleich war.



Überprüfe die folgenden Aussagen und kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! / 2 P

- ◻ Das BZÖ hat seinen Stimmenanteil von 2006 auf 2008 um mehr als 100 % gesteigert.
- ◻ Die GRÜNEN erreichten 2006 weniger Stimmenanteile als 2008.
- ◻ Der Stimmenanteil der ÖVP hat von 2006 auf 2008 um fast ein Viertel abgenommen.
- ◻ Die Anzahl der erreichten Stimmen für die SPÖ hat von 2006 auf 2008 um 6 % abgenommen.
- ◻ Das BZÖ hat von 2006 auf 2008 deutlich mehr Stimmen dazugewonnen als die FPÖ.

7) Im dargestellten Parallelogramm ABCD ist E der Halbierungspunkt der Seite AD. F teilt die Seite AB im Verhältnis 3:2. Drücke folgende Vektoren durch die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ aus!



$\overrightarrow{CE} =$ ________________ $\overrightarrow{FC} =$ ________________ / 2 P

8) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$.
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an! / 2 P

- ◻ Das skalare Produkt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ergibt einen Vektor, der auf beide Vektoren normal steht.
- ◻ Stehen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ normal aufeinander, so ist das vektorielle Produkt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gleich Null.
- ◻ Wenn das Skalarprodukt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ positiv ist, so schließen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ einen spitzen Winkel ein.
- ◻ Wenn das skalare Produkt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gleich Null ist, dann ist $\vec{a}$ ein Normalvektor von $\vec{b}$.
- ◻ Wenn $\vec{a}$ und $\vec{b}$ parallel sind, so ist das skalare Produkt von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gleich Null.

9) Gegeben ist die Gerade g: $y = 3x - 4$.
i) Gib eine Gleichung der Gerade g in Parameterform an! / 2 P

ii) Gib die Gleichung einer Gerade f an, die parallel zu g und durch den Koordinatenursprung verläuft!

10) Gegeben sind die Geraden g: $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und h: $x - 2y = -1$.

Ergänze die beiden Textfelder durch Ankreuzen der passenden Textbausteine so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Geraden g und h ____①____ , weil ____②____ . / 2 P

	①
□	sind identisch
□	sind parallel
□	stehen normal aufeinander

	②
□	der Punkt $P = (1\|1)$ auf beiden Geraden g und h liegt
□	die Richtungsvektoren der beiden Geraden g und h parallel sind
□	der Richtungsvektor von g zum Normalvektor von h parallel ist

11) i) Existiert eine eindeutige Ebene im Raum, die den Punkt $P = (0|7|3)$ und die Gerade

g: $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ enthält? Begründe deine Antwort! / 2 P

ii) Gib die Normalvektorform einer Ebene an, die normal auf g steht und den Punkt P enthält!

12) Gib die Gleichung der Ebene ε: $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ in Normalform an! / 2 P

13) Durch welche der folgenden Angaben ist eine Ebene im Raum immer eindeutig festgelegt?
Kreuze die beiden zutreffenden Möglichkeiten an! / 2 P

□ durch die Angabe von drei Punkten

□ durch zwei nicht idente parallele Geraden

□ durch einen Punkt und eine Gerade

□ durch zwei einander schneidende Geraden

□ durch zwei windschiefe Geraden

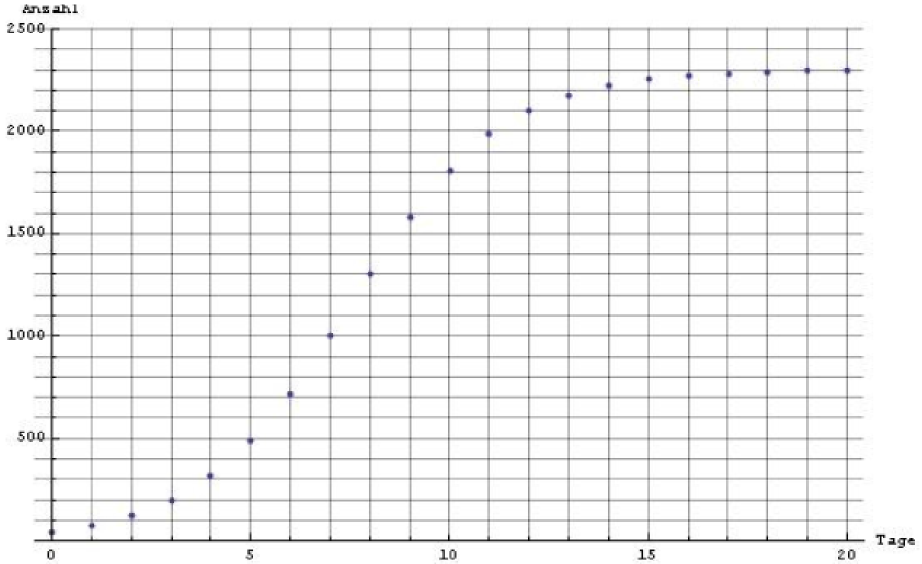
Zwischensumme: _____ / 26 P

II) Vernetzung von Grundkompetenzen und weiter Kompetenzen laut Lehrplan

1) Kreuze in folgender Tabelle jeweils an, welche der folgenden Eigenschaften für den angeführten Funktionstyp (bzw. dessen Graphen) immer zutreffen! / 4 P

	f schneidet die *x*-Achse		*f* ist symmetrisch zur *y*-Achse		*f* besitzt eine waagrechte Asymptote		*f* ist periodisch	
	ja	nein	ja	nein	ja	nein	ja	nein
$f(x)=c\cdot a^x$; $c>0$, $a\in\,]0;1[$	□	□	□	□	□	□	□	□
$f(x)=c\cdot\sin(a\cdot x)$; $c>0$, $a>0$	□	□	□	□	□	□	□	□
$f(x)=a\cdot x+c$; $a\in\mathbb{R}$, $c>0$	□	□	□	□	□	□	□	□
$f(x)=a\cdot x^n+c$; $a>0$, $c>0$, $n\in\mathbb{Z}_g^-$	□	□	□	□	□	□	□	□

2) Seepocken sind kleine Krebse, die sich unter anderem auch an Schiffsrümpfen festsetzen.
Die Grafik zeigt den Bestand an Seepocken jeweils am Ende eines Tages.



a) Durch welches Wachstumsmodell kann die Zunahme der Seepockenanzahl am besten beschrieben werden? Begründe deine Antwort! / 1 P

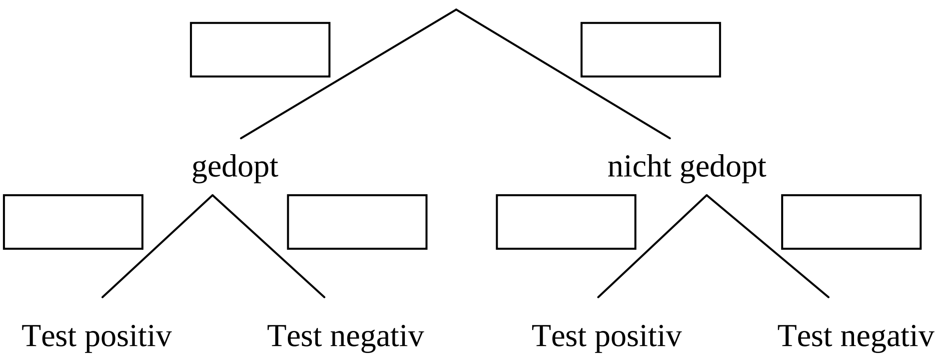
b) Gib ein Zeitintervall an, in dem die Anzahl der Seepocken annähernd linear zugenommen hat! Zeichne den Graphen dieser linearen Funktion in obiger Abbildung ein und gib deren Steigung an!

Zeitintervall: _______________ Steigung: _______________ / 1 P

c) Berechne die mittlere prozentuelle tägliche Wachstumsrate für das Seepockenwachstum während der ersten fünf Tage! / 1 P

3) Es wird angenommen, dass bei olympischen Sommerspielen ca. 0,5 % der Sportler/innen gedopt sind. Der verwendete Dopingtest zeigt mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % an, falls unerlaubte Mittel eingenommen wurden. In einem von tausend Fällen liefert der Dopingtest ein positives Ergebnis, obwohl der Sportler/die Sportlerin nicht gedopt ist.

i) Ergänze in folgendem Baumdiagramm die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten! / 1 P



ii) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass der Dopingtest bei einem/einer zufällig ausgewählten Sportler/in ein positives Ergebnis liefert! / 1 P

iii) Bestimme den relativen Anteil (in %) der Sportler/innen mit positivem Testergebnis an, deren Testergebnis falsch ist (d.h. die nicht gedopt haben)! / 1 P

4) Gegeben sind die Gerade g: $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und die Ebene E: $x - 2z = 1$.

a) Begründe (ohne den Schnittpunkt zu berechnen!), warum die Gerade g die Ebene E schneidet und berechne den Schnittwinkel von g und E! / 2 P

b) Schneidet die Gerade g die y-Achse?
Begründe deine Antwort und gib gegebenenfalls die Koordinaten des Schnittpunkts an! / 1 P

c) Gib die Gleichung einer Gerade h an, die parallel zur Ebene E und normal zur Gerade g verläuft! / 1 P

Erreichte Punkte: ____ / 40 P Note: ________________________________

40-36 P: Sehr gut; 35-31 P: Gut; 30-25 P: Befriedigend; 24-20 P: Genügend; 19-0 P: Nicht genügend