

Autor: Mag. Paul Schranz

Begleittext

Die vorliegende Schularbeit behandelt größtenteils Grundkompetenzen des Inhaltsbereichs Analysis der 7. Klasse. Darüber hinaus werden zur Wiederholung Grundkompetenzen der Inhaltsbereiche Algebra und funktionale Abhängigkeiten geprüft.

Die Schularbeit ist auf 2 x 50 min. Arbeitszeit ausgelegt. Der Teil 1 beinhaltet 12 Items, der Teil 2 besteht aus 3 Aufgaben mit jeweils 2 Subitems. Jedes dieser Subitems besteht aus 2 Aufgabenstellungen.

Im Teil 1 wird versucht, Grundkompetenzen möglichst punktgenau abzu prüfen. Im Teil 2 werden darüber hinaus Grundkompetenzen vernetzt. Weiters gibt es im Teil 2 Reflexionsfragen und Aufgabenstellungen zu weiteren Lehrplaninhalten, die keine Grundkompetenzen sind.

Pro Item von Teil 1 gibt es einen Punkt, pro Subitem von Teil 2 gibt es 2 Punkte. Dementsprechend ist die gesamte Schularbeit mit 24 Punkten zu bewerten. (Halbe Punkte sind nicht vorgesehen.)

Arbeitszeit und Hilfsmittel:

Teil 1: 50 min, Teil 2: 50 min

Alle im Unterricht üblichen Hilfsmittel sind zugelassen.

Beurteilung:

- Werden im Teil 1 weniger als 8 von 12 Items richtig gelöst, ist die Arbeit mit Nicht Genügend zu beurteilen.
- Werden im Teil 1 mindestens 8 Punkte erreicht, so ist die Schularbeit positiv zu bewerten. Wird diese Zahl nicht erreicht, so können mit 😊 markierte Fragestellungen zum Ausgleich herangezogen werden.
- Werden im Teil 1 mindestens 8 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	8 – 11 Punkte
Befriedigend	12 – 15 Punkte
Gut	16 – 20 Punkte
Sehr Gut	21 – 24 Punkte

Prüfungsstoff:

Folgende Grundkompetenzen sind prüfungsrelevant:

Aktueller Stoff	
Analysis	AN 1.1; AN 1.2; AN 1.3; AN 2.1; AN 3.1; AN 3.2; AN 3.3.
Funktionale Abhängigkeiten	FA 2.4; FA 4.4; FA 1.5; FA 6.6.
Zur Wiederholung	
Algebra und Geometrie	AG 2.1; AG 4.1.
Funktionale Abhängigkeiten	FA 2.6; FA 5.6.

Zusätzlich zu den oben angeführten Grundkompetenzen ist folgender Lehrplaninhalt prüfungsrelevant:

Durchführen von Berechnungen an rechtwinkligen und allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern (auch mittels Sinus- und Kosinussatz).

TEIL 1 Arbeitszeit: 50 min

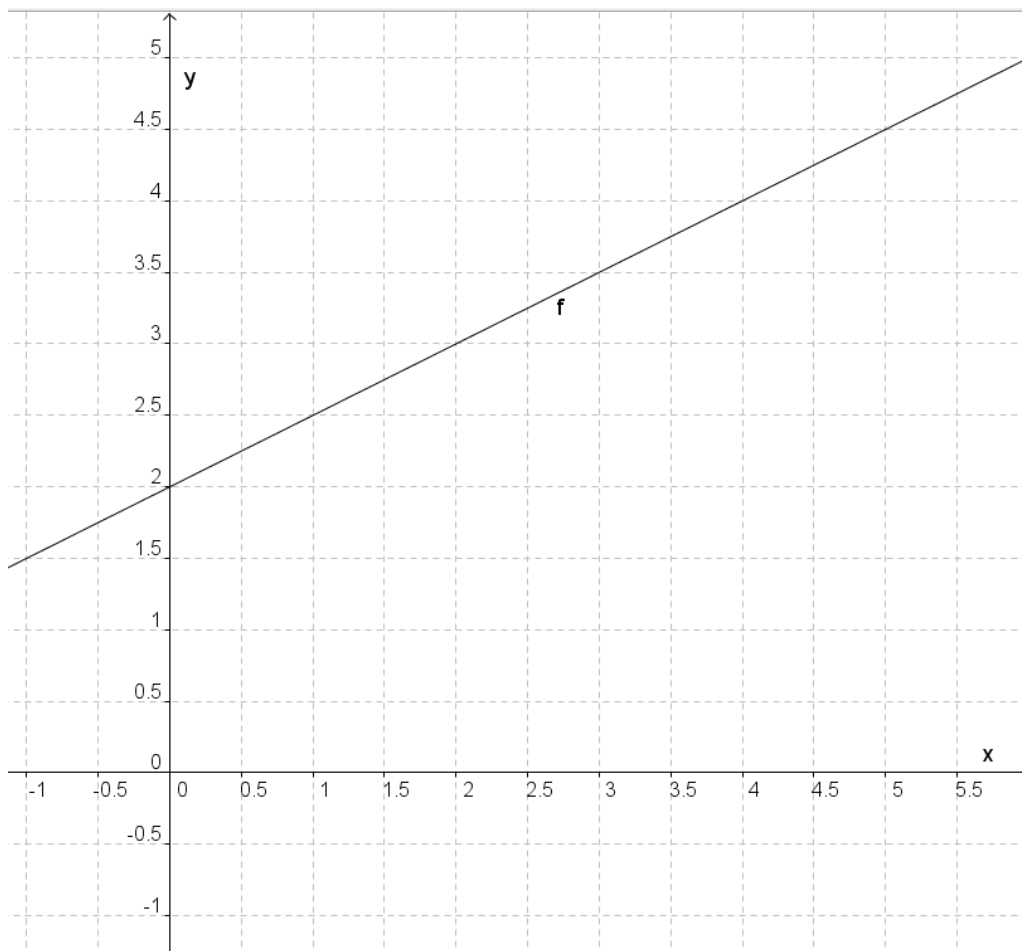
<p>Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = x^2 + 2$. Begründen Sie, warum die Steigung der Sekante durch die Punkte A(0 2) und C(3 11) eine weniger gute Näherung für die Tangentensteigung im Punkt A ist als die Steigung der Sekante durch die Punkte A und B(1 3)!</p>	<p>AN 1.2.</p>										
<p>Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 5 - x^2$. Bestimmen Sie die Steigung der Tangente im Punkt P(3/y)!</p>	<p>AN 1.3.</p>										
<p>Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $y = 6x^2 + x$. Kreuzen Sie die beiden Funktionsgleichungen an, deren 1. Ableitung durch die Gleichung der Funktion f gegeben ist!</p> <table border="1" data-bbox="188 1473 1257 1977"> <tr> <td data-bbox="188 1473 1193 1585"> $y = 2x^3 + \frac{x^2}{2}$ </td> <td data-bbox="1193 1473 1257 1585"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="188 1585 1193 1697"> $y = x^3 + \frac{x^2}{2}$ </td> <td data-bbox="1193 1585 1257 1697"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="188 1697 1193 1809"> $y = 2 + 2x^3 + \frac{x^2}{2}$ </td> <td data-bbox="1193 1697 1257 1809"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="188 1809 1193 1921"> $y = \frac{x^2}{2} + 2x^3 + x$ </td> <td data-bbox="1193 1809 1257 1921"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="188 1921 1193 2033"> $y = 6x^3 + x^2$ </td> <td data-bbox="1193 1921 1257 2033"></td> </tr> </table>	$y = 2x^3 + \frac{x^2}{2}$		$y = x^3 + \frac{x^2}{2}$		$y = 2 + 2x^3 + \frac{x^2}{2}$		$y = \frac{x^2}{2} + 2x^3 + x$		$y = 6x^3 + x^2$		<p>AN 2.1.</p>
$y = 2x^3 + \frac{x^2}{2}$											
$y = x^3 + \frac{x^2}{2}$											
$y = 2 + 2x^3 + \frac{x^2}{2}$											
$y = \frac{x^2}{2} + 2x^3 + x$											
$y = 6x^3 + x^2$											

Die Funktion f gibt für einen bestimmten Zeitraum die Temperatur wieder.
Geben Sie an, was mit der Ableitungsfunktion f' dieser Funktion f beschrieben werden kann!

AN 3.1.

Gegeben ist der Graph einer Funktion f . Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f' in das gleiche Koordinatensystem ein!

AN 3.2.

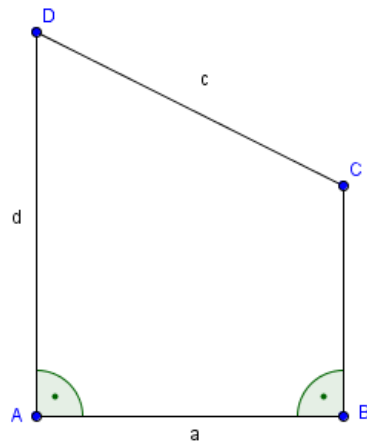


<p>Gegeben ist der Punkt $E(a b)$ einer Polynomfunktion f dritten Grades. Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) = 0$</td> <td style="width: 30px; text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) < 0$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) > 0$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) > 0$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">E ist ein Extrempunkt von f, wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) < 0$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </table>	E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) = 0$	<input type="checkbox"/>	E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) < 0$	<input type="checkbox"/>	E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) > 0$	<input type="checkbox"/>	E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) > 0$	<input type="checkbox"/>	E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) < 0$	<input type="checkbox"/>	AN 3.3.
E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) = 0$	<input type="checkbox"/>										
E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) < 0$	<input type="checkbox"/>										
E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(a) > 0$	<input type="checkbox"/>										
E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) > 0$	<input type="checkbox"/>										
E ist ein Extrempunkt von f , wenn $f'(a) = 0$ und $f''(b) < 0$	<input type="checkbox"/>										
<p>Geben Sie die Gleichung einer Funktion f an, welche die Eigenschaft $f(x + 1) = f(x) + 5$ erfüllt!</p> <p>$f(x) = \dots\dots\dots$</p>	FA 2.4.										
<p>Geben Sie die Gleichung einer Polynomfunktion f vom Grad kleiner oder gleich vier an, welche genau eine Wendestelle besitzt!</p> <p>$f(x) = \dots\dots\dots$</p>	FA 4.4.										
<p>Skizzieren Sie den Graphen einer Polynomfunktion f, welche genau zwei Nullstellen und genau zwei lokale Extremstellen besitzt!</p> <div style="text-align: center;"> </div>	FA 1.5.										

<p>Überprüfen Sie mittels Rechnung, ob die folgende Aussage für die Sinusfunktion gilt: $f''(x) = -f(x)$</p>	<p>FA 6.6.</p>
--	----------------

<p>Eine sehr steile Straße besitzt eine Steigung von 25%. Das heißt, dass sie bei einer horizontalen Entfernung von 100 m einen Höhenunterschied von 25 m aufweist. Berechnen Sie den Steigungswinkel α der Straße in Grad!</p> <p>$\alpha = \dots\dots\dots^\circ$</p>	<p>WH AG 4.1.</p>
--	-----------------------

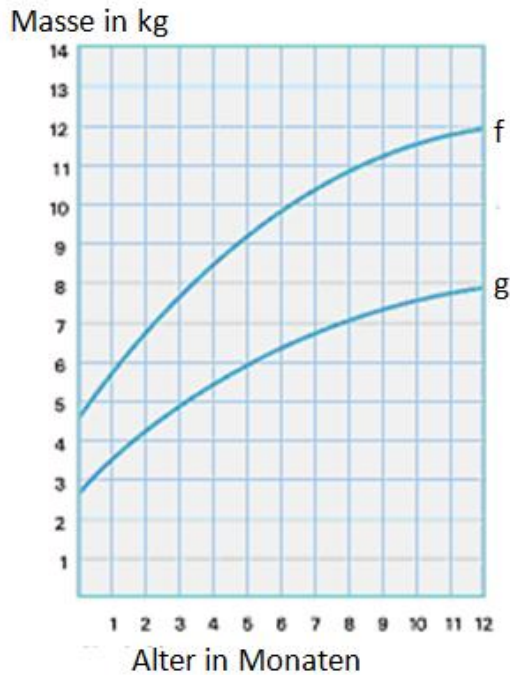
<p>Von einer ebenen Figur kennt man die Längen der Strecken von a, b und d.</p> <p>Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Länge c auf!</p> <p>$c = \dots\dots\dots$</p>	<p>WH AG 2.1.</p>
--	-----------------------



TEIL 2 Arbeitszeit: 50 min

Aufgabe A: Die Entwicklung der Masse von Babys

Die folgende Graphik beschreibt die Entwicklung der Masse von Babys im ersten Lebensjahr. Der Bereich zwischen den Graphen f und g wird als Normalbereich definiert.



- Bestimmen Sie die mittlere Wachstumsgeschwindigkeit (in kg/Monat) eines Babys im ersten Lebensjahr, dessen Masse sich nach dem Graphen g entwickelt! Runden Sie notwendige Daten der Graphik auf kg.
- In welchem Alter entspricht die soeben errechnete mittlere Wachstumsgeschwindigkeit in etwa der momentanen Wachstumsgeschwindigkeit? Begründen Sie ihre Antwort!

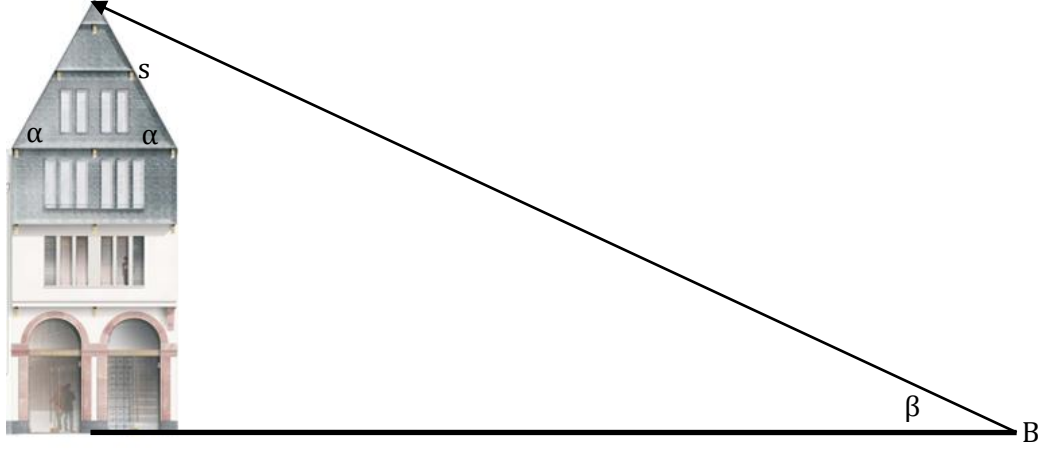
AN 1.3.



- Berechnen Sie, um wie viel Prozent die schwersten normalgewichtigen Babys im Alter von 12 Monaten schwerer sind, als die leichtesten normalgewichtigen Babys desselben Alters!
- Kann der Kurvenverlauf von f und g durch eine Exponentialfunktion mit der Gleichung $y = a \cdot e^{k \cdot t}$ beschrieben werden? Begründen Sie ihre Antwort!

AN 1.1.

FA 5.6.

<p>Aufgabe B: Das Stadthaus</p> <p>Ein sehr schmales Stadthaus hat eine Gesamthöhe von 12 m und eine Breite von 6 m. Das Dach ist unter einem Winkel α gegen die Horizontale geneigt. Die Höhe des Daches beträgt $\frac{1}{3}$ der Gesamthöhe. 25 m von der Symmetrieachse des Stadthauses entfernt befindet sich ein Beobachter B.</p>  <p>(Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.)</p>	<p>WH</p>
<p>☺</p> <ul style="list-style-type: none"> Berechnen Sie die Länge der Dachschräge s! Berechnen Sie den Winkel β, unter dem der Beobachter B das Stadthaus betrachtet! 	<p>AG 4.1.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Das Gebäude soll ein neues Dach erhalten. Begründen Sie verbal, warum sich bei einer Halbierung des Winkels α die Länge der Dachschräge s nicht halbieren würde! Interpretieren Sie den Term $8 \cdot 6 + \frac{s^2 \cdot \sin(180-2\alpha)}{2}$ hinsichtlich dieses Gebäudes! 	<p>FA 2.6.</p> <p>AG 2.1. + LP</p>

<p>Aufgabe C: Die Wurfweite Ein Objekt wird in ebenem Gelände unter einem Abschusswinkel β (gemessen zur Horizontalen) und einer Abschussgeschwindigkeit v_0 (gemessen in m/s) abgeschossen.</p> <p>Zwischen der horizontalen Entfernung x (in m) vom Abschusspunkt und der Wurfhöhe y (in m) besteht folgender funktionaler Zusammenhang:</p> $y(x) = \tan(\beta) \cdot x - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot (\cos\beta)^2} \cdot x^2$ <p>Dabei ist g die Erdbeschleunigung mit dem Wert $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Der Luftwiderstand wird hierbei vernachlässigt.</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • Ein Objekt wird unter dem Winkel $\beta = 45^\circ$ und der Abschussgeschwindigkeit $v_0 = 10 \text{ m/s}$ abgeschossen. Berechnen Sie die Wurfhöhe y des Objekts bei einer horizontalen Entfernung $x = 5 \text{ m}$ vom Abschusspunkt! • Deuten Sie die Nullstellen von $y(x)$ in diesem Zusammenhang! 	<p>AG 2.1.</p> <p>FA 1.5.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Geben Sie eine allgemeine Formel für die Entfernung vom Abschusspunkt an, bei der die Wurfhöhe maximal ist! • Zeigen Sie mit Hilfe der zweiten Ableitung von y, dass es sich dabei tatsächlich um die maximale Wurfhöhe handelt! 	<p>AN 3.3.</p>

Quellen:

http://www.google.at/imgres?q=gewicht+entwicklung&um=1&hl=de&safe=off&biw=1280&bih=941&tbnid=Bl-o6pOgfp1A6M:&imgrefurl=http://novalac.care-force.de/index.php%3Fsite%3Dc206&docid=zJoejfTnStttKM&imgurl=http://novalac.care-force.de/image/novalac_ernaerungslexikon/gewicht_01.png&w=222&h=262&ei=4WmUJKEH9OL4gS12YG4Bg&zoom=1&iact=hc&vpx=879&vpy=185&dur=672&hovh=209&hovw=177&tx=80&ty=125&sig=105972204429202301737&page=1&tbnh=127&tbnw=101&start=0&ndsp=24&ved=1t:429,r:3,s:0,i:75